ESTANDARIZACIÓN E IMPLEMENTACIÓN DE MEDIDAS DE RIESGO PARA LOS FONDOS DE PENSIÓN:

TRACKING ERROR Y VALUE AT RISK

Diciembre 2002

Departamento de Estudios de República AFAP S.A.:

Ec. Sofía Laporta

Ec. María Valdés

Abstract

En la medida que los fondos de pensión incrementaron la complejidad de sus portafolios y que la historia reciente muestra períodos de alta volatilidad, queda reflejada la importancia de la administración del riesgo y la medición de la performance ajustada por riesgo.

El objetivo de este documento es presentar dos métodos de evaluación de riesgo que se complementan entre sí: el “Value at Risk” como medida de riesgo absoluto y el “Tracking Error” como medida de riesgo relativo al del “Benchmark”.

A partir de estas medidas de riesgo que se calculan para los cuatro fondos de pensión que operan actualmente en Uruguay, se analiza la performance ajustada por riesgo de cada AFAP a través de la “Medida de Sharpe” y del “RAROC” (Risk Adjusted Return of Capital).

INDICE

ESTANDARIZACIÓN E IMPLEMENTACIÓN DE LAS MEDIDAS DE RIESGO PARA LOS FONDOS DE PENSIÓN: TRACKING ERROR Y VALUE AT RISK

1 Introducción

En años recientes, la administración del riesgo ha sido de interés creciente para los inversores institucionales, incluyendo los Fondos de Pensión. Tradicionalmente, los Inversores Institucionales, especialmente los Fondos de Pensión han puesto énfasis en la medición de la performance de las inversiones en relación a la competencia sin poner suficiente atención en el riesgo asumido.

En la medida que los fondos de pensión incrementaron la complejidad de sus portafolios y que la historia reciente muestra períodos de alta volatilidad, queda reflejada la importancia de la administración del riesgo y la medición de la performance ajustada por riesgo.

Una alternativa para la administración del riesgo, el “Value at Risk” (VAR) o “Valor en Riesgo”, ha ganado creciente aceptación en los últimos cinco años. Es una medida de riesgo basada en una probabilidad de pérdida y un horizonte de tiempo específico durante el cual puede esperarse que ocurra la pérdida. El VAR se ha vuelto un estándar aceptable en la industria bancaria y forma la base de los requerimientos de capital para el riesgo de mercado.

Sin embargo, la adopción del VAR ha sido más lenta en la industria de la administración de inversiones, pero a medida de crezca la demanda y se cree un consenso sobre la aplicación de estándares, se puede esperar un aumento en su uso.

Los Fondos de Pensión generalmente se preocupan más de su performance en relación a sus benchmarks que de las pérdidas de capital. Como su performance se mide en relación a sus benchmarks, el riesgo debiera medirse de la misma manera. La medida de riesgo utilizada con dicho objetivo es el “Tracking Error”.

A pesar de lo anterior, el VAR tiene ventajas como medida de riesgo aún para inversores institucionales. Específicamente, está basado en la composición corriente del portafolio en lugar de los retornos históricos del mismo y se puede agregar a lo largo de varias clases de activos. Las medidas de riesgo más tradicionales tienen una de estas características pero no ambas. Por ejemplo, el Tracking Error es una medida de la desviación del retorno histórico del portafolio respecto al del benchmark. Puede no ser útil si la composición actual del portafolio difiere de la que produjo dichos retornos históricos. Por otro lado, dos medidas tradicionales, el Beta para acciones y la Duration para bonos se basan en la composición actual de los portafolios. Estas medidas, aunque útiles, no pueden ser combinadas para generar una medida de riesgo del portafolio global.

Por lo tanto, el VAR es particularmente útil para los Fondos de Pensión que tienen múltiples clases de activos y necesitan medir su exposición a varios factores de riesgo. El VAR puede medir el riesgo de acciones y bonos, de commodities, monedas, de productos estructurados, así como también de derivados tales como futuros, forwards, swaps y opciones.

Una encuesta entre los mayores fondos de pensión y varios administradores de activos, realizada por una consultora (Kerrigan 1999) encuentra que la demanda a los administradores de portafolios para que reporten el VAR proviene tanto del management superior de las firmas así como también de los clientes. Sin embargo, el VAR no reemplaza el Tracking Error sino que se utiliza conjuntamente con él. Mientras que los bancos pueden estar más interesados en medidas de riesgo absolutas como lo es el VAR, a los Fondos de Pensión les interesa también el riesgo en relación al del Benchmark y esto se mide a través del Tracking Error.

Es importante explorar los aspectos prácticos que los inversores institucionales deben considerar a la hora de implementar un sistema de administración del riesgo basado en el VAR.

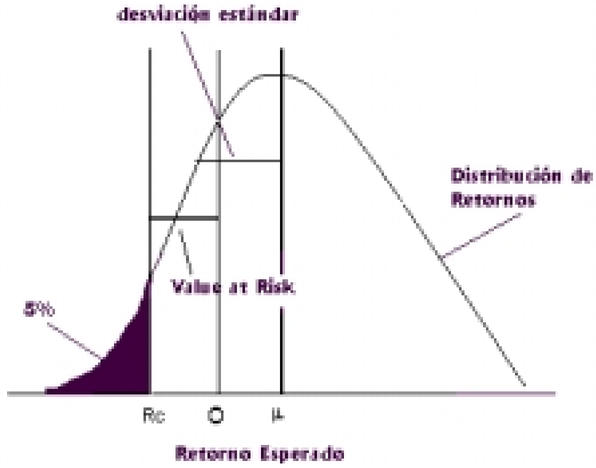
2 Value at Risk: concepto

El concepto de Value at Risk (VAR) proviene de la necesidad de cuantificar con determinado nivel de significancia o incertidumbre el monto o porcentaje de pérdida que un portafolio enfrentará en un período predefinido de tiempo (Jorion 2000, Penza y Bansal 2001, Best 1998 y Dowd 1998). El VAR responde a la siguiente pregunta: "¿cuánto puede caer el valor del portafolio sobre un determinado período de tiempo y una probabilidad dada? Específicamente, el VAR mide la pérdida potencial debida a movimientos de mercado "normales". Pérdidas superiores al VAR ocurren únicamente con una probabilidad dada (nivel de significancia) de x%.

Una ventaja del VAR es que es una medida de riesgo intuitiva que puede ser fácilmente presentada a la plana superior de la firma. El VAR agrega todos los riesgos a que está sujeto un portafolio en un único número que describe la magnitud de la pérdida probable de un portafolio en un horizonte de tiempo definido. A pesar sus ventajas, el VAR no es una panacea. Es una medida que resume el riesgo "normal" de mercado y su uso debe ser complementado con otros métodos de evaluación del riesgo como por ejemplo el análisis de sensibilidad y la simulación de escenarios.

Su medición tiene fundamentos estadísticos y el estándar de la industria es calcular el VAR con un nivel de significancia del 5%. Esto significa que solamente el 5% de las veces o 1 de 20 veces el retorno del portafolio caerá más de lo que señala el VAR. Sin embargo, la elección del nivel de significancia dependerá básicamente del grado de aversión al riesgo del administrador del portafolio.

Gráfico 1: VAR



$$VAR = W_0 – W^c = W_0 – W_0 (1+R^c) = -W_0 R^c$$

donde:

W_0 es el valor inicial del portafolio

W^c es el valor crítico del mismo (el menor valor del portafolio en un horizonte definido y con una probabilidad de x%)

R^c (Retorno Crítico) es la pérdida que solamente es excedida un x% de las veces.

3 Calculando el Value at Risk

3.1 "Risk Mapping": identificando los principales "factores de mercado"

Para computar el VAR es necesario identificar los principales "factores de mercado" que afectan el valor del portafolio. Por un tema de simplicidad es necesario identificar un número limitado de "factores" y relacionarlo con los cambios en el valor del portafolio en cuestión. De lo contrario, la complejidad que implicaría el cómputo de una medida de riesgo de mercado del portafolio volvería inoperativo el cálculo del VAR.

Expresar los valores de los instrumentos en términos de un número limitado de factores de mercado básicos es un primer paso esencial para transformar el problema en algo "manejable".

Típicamente los factores de mercado se identifican descomponiendo los instrumentos del portafolio en instrumentos más simples y más directamente relacionados a los factores de mercado e interpretando los instrumentos actuales como portafolios de instrumentos más simples. Por ejemplo, a un portafolio de bonos con una duración promedio de D años se le puede asociar la tasa (rendimiento hasta vencimiento) a D años como factor de mercado y relacionarla a los cambios en el valor del portafolio a través de la relación:

$$R_p = MD\ \Delta y_D$$

$$\sigma_p = MD\ \sigma_{\Delta yd}$$

donde:

R_p es el retorno del portafolio

MD es la Duración Modificada ($D/(1+y_D)$)

Δy_D es el cambio en la tasa a D años.

Una vez identificados los factores de mercado que afectan al portafolio, los restantes pasos a seguir consisten en la identificación o la estimación de la distribución estadística de los valores de estos factores de mercado y usar estas distribuciones para determinar los valores futuros potenciales del portafolio. El VAR es una medida de estos potenciales cambios en el valor del portafolio.

Existen tres métodos principales para calcular el VAR: el Método de Simulación Histórica, el Método Paramétrico o Delta Normal (o analítico o de varianza-covarianza) y el Método de Simulación Monte Carlo. A continuación se describen cada una de las tres metodologías.

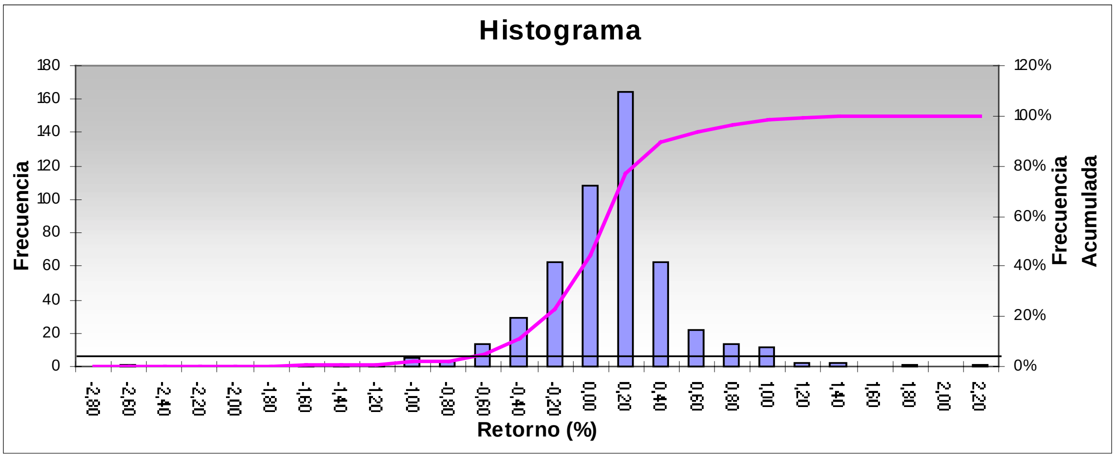
3.2 Método de Simulación Histórica

La simulación histórica es una aproximación simple que requiere de relativamente pocos supuestos acerca de la distribución estadística de los factores de mercado y de los retornos del portafolio. En esencia, este método consiste en usar los cambios históricos en los precios y tasas de mercado para construir una distribución de las potenciales futuras pérdidas y ganancias del portafolio en consideración y luego determinar el VAR como la pérdida que es superada únicamente un x% de las veces.

La distribución de las ganancias y pérdidas es construida tomando el portafolio actual y someterlo a los cambios en los factores de mercado experimentados durante los últimos *N* períodos. Es decir, se computan los cambios en los factores de mercado ocurridos en los últimos *N* períodos y se hace un “mark to market” del portafolio actual en esos *N* períodos usando los valores de los factores de mercado en cada uno de los mismos. A pesar de que se emplean los cambios realmente ocurridos en los factores de mercado, las ganancias y pérdidas del portafolio son hipotéticas ya que el portafolio actual no fue el que se tenía en cada uno de los *N* períodos pasados.

El siguiente paso consiste en ordenar de menor a mayor los retornos del portafolio así calculados y seleccionar la pérdida que es igualada o superada el x% de las veces. Usando un nivel de significancia de x%, este valor es el “Value at Risk”.

Gráfico 2: VAR Histórico



En el Gráfico 2 el retorno que acumula el 5% de la distribución es de -0,6%. Esta pérdida es el VAR (expresado como porcentaje del portafolio) para una significancia del 5% equivalente a un nivel de confianza de 95%.

3.3 Método Paramétrico o Delta Normal

El “método paramétrico” se basa en el supuesto de que la distribución de los factores de mercado se pueden aproximar a una Normal Multivariante. Usando este supuesto es posible determinar la distribución de los retornos del portafolio que también será Normal. Una vez obtenida la función de distribución de las potenciales pérdidas y ganancias del portafolio se usan las propiedades de la distribución Normal para determinar el VAR del portafolio para un nivel de significancia de x%, es decir, la pérdida que es igualada o excedida solamente un x% de las veces.

Una de las propiedades más relevantes de la distribución Normal es que el 67% de los retornos caerán dentro del entorno de una desviación estándar alrededor de la media, mientras que el 33% caerán fuera de dicho margen. Dado que la distribución normal es simétrica y lo que nos interesa son únicamente las pérdidas (la cola izquierda de la distribución), las pérdidas que se ubiquen en más de una desviación estándar por debajo de μ ocurrirán 16,5% de las veces. El nivel de confianza se define como uno menos esta probabilidad. La Tabla 1 resume algunos de los niveles de confianza más utilizados en el cálculo del VAR.

Tabla 1

NIVEL DE CONFIANZA: (1-x) (%)	**NUMERO de DESVIACIONES ESTANDAR (α)**
83.5	1.00
95.0	1.65
97.5	1.96
99.0	2.33
99.9	2.56

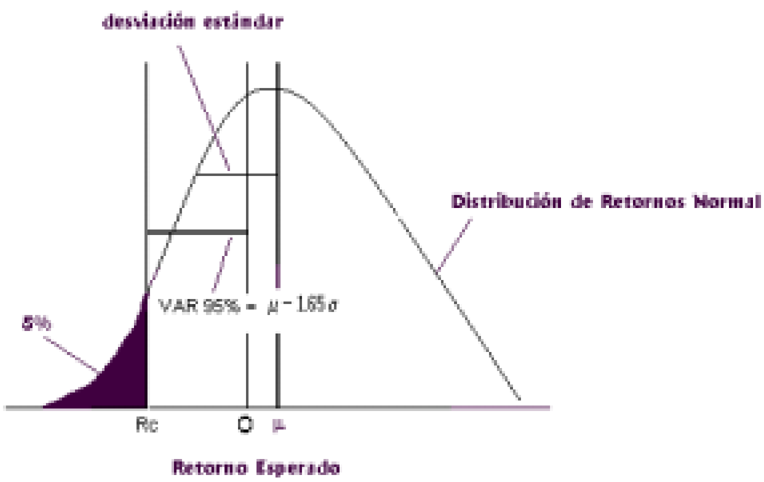
Por ejemplo, las pérdidas mayores o iguales a 1,65 desviaciones estándar por debajo de la media (μ) ocurren únicamente un 5% de las veces. Esto significa que si el nivel de significancia para el cálculo del VAR es 5% (1- nivel de confianza), entonces, el VAR se computa como μ - 1,65 veces la desviación estándar de los retornos del portafolio:

$VAR_{95\%} = -W_0 R^c = -W_0 (\mu - \alpha \sigma) = -W_0 (\mu - 1.65 \sigma)$

Para horizontes de cálculo del VAR cortos es usual suponer que μ es cero por lo que la expresión resultante sería:

$VAR_{95\%} = W_0 1.65 \sigma$

Gráfico 3: VAR Paramétrico o Delta Normal



De lo anterior se deduce que el cómputo del desvío estándar de los retornos del portafolio es el aspecto central de esta metodología.

3.3.1 Desvío Estándar constante en el tiempo

Una primer alternativa consiste en calcular el desvío estándar del retorno del portafolio actual sobre la base de la matriz de varianzas y covarianzas de los activos que componen dicho portafolio, suponiendo que el desvío estándar es constante en todo momento.

σ_p = raíz (w' Σ w)

donde w es el vector columna que contiene los ponderadores de los activos en el portafolio actual, Σ es la matriz de varianza - covarianza histórica de dichos activos y σ_p es el desvío estándar de los retornos del portafolio actual.

Es probable que el portafolio contenga un número grande de instrumentos diferentes por lo que el cómputo de la matriz Σ y del riesgo del portafolio σ_p se vuelve inoperante. En este caso lo que se suele hacer, como se dijo en párrafos anteriores es calcular σ_p a partir de la matriz de varianzas y covarianzas de los "factores de mercado" seleccionados.

3.3.2 Desvío Estándar cambiante en el tiempo

Es probable que no sea realista asumir que el riesgo del portafolio se mantiene constante a lo largo del tiempo. Existen varias alternativas para modelar la volatilidad cambiante en el tiempo como por ejemplo calcular las volatilidades para ventanas temporales móviles más cortas o mediante modelos de heteroscedasticidad condicionada ARCH(p,q) o GARCH(p,q).

Por ejemplo se puede optar por un modelo GARCH (1,1) para estimar la varianza en el momento "t":

$R_t = \mu + \varepsilon_t$

donde ε_t se distribuye $N(0, \sigma^2_t)$

$\sigma^2_t = c + \gamma\, \varepsilon^2_{t-1} + \beta\, \sigma^2_{t-1}$

3.3.3 Aplicación del VAR paramétrico para un portafolio de bonos

Se considera un portafolio de bonos con una duración promedio de D años. Si se supone que la curva de rendimientos es plana y que los movimientos en las tasas son paralelos, se puede aproximar el retorno del portafolio (R_p) y su riesgo (σ_p) como sigue:

$R_p = MD\ \Delta y_d$

$\sigma_p = MD\ \sigma_{\Delta yd}$

Si se supone que $\mu = 0$, entonces:

$VAR_{Delta\ Normal} = -W_0\ R^c = W_0\ \alpha\ \sigma_p = W_0\ \alpha\ MD\ \sigma_{\Delta yd}$

Donde $\sigma_{\Delta yd}$ se calculará de acuerdo a alguno de los procedimientos descritos en los puntos anteriores (constante o variable en el tiempo).

3.4 Método de Simulación Montecarlo

La metodología de Simulación Montecarlo tiene algunas similitudes con la de Simulación Histórica. La principal diferencia es que en lugar de realizar la simulación utilizando los cambios observados en los factores de mercado durante los N períodos pasados para generar las N pérdidas y ganancias hipotéticas del portafolio, se elige una distribución que se cree que captura adecuadamente los cambios posibles en los factores de mercado. Luego, se emplea un generador de números “pseudo aleatorios” para generar miles o quizás millones de cambios hipotéticos en los factores de mercado que se usarán para construir los retornos hipotéticos del portafolio actual y su distribución. Finalmente, el VAR se calculará a partir de dicha distribución.

La habilidad para seleccionar la distribución de los factores de mercado es la característica que distingue al Método de Simulación Montecarlo. Los diseñadores del sistema de administración del riesgo pueden elegir la distribución que crean que razonablemente describa los posibles futuros cambios en los factores de mercado. Típicamente, las creencias acerca de los posibles cambios futuros de dichos factores se basan en los cambios pasados observados.

3.5 ¿Cuál de los tres métodos es el mejor?

Desafortunadamente no existe una respuesta fácil. Los tres métodos difieren en su capacidad para capturar los riesgos, en su facilidad de implementación y de explicación al management superior de la empresa, en la flexibilidad para analizar el efecto de cambios en los supuestos y en la confiabilidad de los resultados.

Existe la posibilidad de que la mejor elección sea incluso no usar el Value at Risk!

En términos generales, para portafolios con componentes significativos de opciones donde los retornos de los instrumentos presentan “no linealidades” con el activo subyacente, se requiere de enfoques de “Valuación Total”. En estos enfoques se computa el valor del portafolio en diferentes niveles de precios: método de Simulación Histórica y de Simulación Montecarlo. En teoría es el enfoque más correcto pero también el más exigente en lo computacional.

Para portafolios con componentes importantes de opciones pero expuestos a pocas fuentes de riesgo el método de “riesgos griegos” o “delta-gamma” provee de buena precisión a un costo computacional relativamente bajo. Este método consiste en “linealizar” las posiciones en opciones o sustituir las funciones no lineales con que se valúan las mismas por aproximaciones lineales. Sin embargo, para portafolios con un gran contenido de opciones, las aproximaciones lineales pueden no capturar adecuadamente cómo cambia el valor de las opciones frente a cambios en las tasas y precios de los activos subyacentes.

Para portafolios grandes donde las opciones no son un factor dominante, el método Delta Normal es un método rápido y eficiente para medir el VAR. El método Delta Normal es fundamentalmente lineal y su mayor virtud es su simplicidad. El enfoque es de “Valuación Local” en el cual se requiere computar el valor del portafolio sólo una vez, en la posición inicial.

3.6 Selección del horizonte temporal

El horizonte temporal para calcular el VAR tiene que ver con la frecuencia de control, la liquidez de los instrumentos del portafolio y la frecuencia con que se tranzan, lo que determina el tiempo de liquidación del portafolio. También depende de la posibilidad de detectar problemas y el tiempo para tomar decisiones.

Los instrumentos menos líquidos imponen un horizonte temporal más largo. Los bancos comerciales y de inversión generalmente calculan los VAR de sus mesas de operaciones con horizontes de un día, una semana o dos semanas. En contraste, los inversores institucionales tienen horizontes de inversión más largos que van desde un mes hasta cinco años.

Horizontes de inversión largos complican el cálculo del VAR porque el uso de datos diarios o mensuales para estimar volatilidades y correlaciones entre los activos pueden no ser válidos sobre horizontes de más largo plazo. Más aún, una estimación del VAR para un determinado intervalo de tiempo implica que el inversor no cambiará sus posiciones durante dicho período. Si se realizan cambios "correctivos" dentro del horizonte fijado, el VAR calculado podría estar sobreestimando las pérdidas probables.

4 Dificultades en la implementación del VAR

Uno de los problemas más serios y conocidos del VAR Paramétrico o Delta Normal es que subestima la frecuencia de los "eventos extremos", tales como resultados alejados de la media en varios desvíos estándar. Esto se debe a que las distribuciones de retornos presentan "colas largas", es decir, los resultados se ubican más hacia las puntas que hacia el centro de la distribución. La distribución de probabilidad normal asigna probabilidad casi nula a eventos mayores a tres desvíos estándar. Dado que el objetivo principal de los modelos de manejo del riesgo es medir las pérdidas en las colas de la distribución, éste es un serio problema.

El grado de "longitud de la cola" puede medirse por la kurtosis, que se define como el cuarto momento de la distribución (esto es, la media elevada a la cuarta potencia) dividido por el cuadrado de la varianza:

$$k = (\Sigma r_t^4) / (n\sigma)^4$$

La distribución normal tiene una kurtosis de 3. Cualquier distribución que tenga una kurtosis superior a 3 se dice que es leptokurtósica, es decir, tiene menor densidad en el centro y colas más largas que la distribución normal. La evidencia empírica demuestra que la distribución de los retornos de los activos es generalmente leptokurtósica.

Esta propiedad de la distribución de retornos de los activos genera problemas a la hora de calcular el VAR paramétrico que asume que la distribución se puede aproximar a una normal. Una alternativa que no presenta este problema es el Método de Simulación Histórica descrito en el punto anterior. Sin embargo, mientras esta alternativa se abstrae completamente del tema de elegir una distribución de los retornos de los activos, su aplicación en la práctica es limitada si se cree que el comportamiento histórico de los retornos de los activos no es un buen predictor de los retornos futuros.

Un segundo problema que presenta el Método Paramétrico es que se debe calcular el VAR sobre la base de las varianzas y covarianzas de los instrumentos que componen actualmente el portafolio, y éstas no siempre están disponibles. Aún cuando estén disponibles, las varianzas y covarianzas de los retornos de los activos pueden no ser estables en el tiempo debido a cambios estructurales en el mercado, cambios en la política monetaria o fiscal, tratamiento tributario de los activos y otros cambios. Lamentablemente, esta información usualmente es difícil o hasta imposible de evaluar. Debido a esto último, en la práctica se suele utilizar el VAR Paramétrico en lugar del VAR obtenido mediante la Simulación Histórica.

Para corregir las debilidades del VAR paramétrico uno puede implementar "stress tests" y simulación de escenarios. Dichas simulaciones pueden ser útiles para testear el portafolio frente a escenarios futuros hipotéticos tales como los eventos extremos de crisis financieras ocurridas en el pasado. No siempre es claro cuales escenarios se deben testear y como interpretar los resultados dado que las probabilidades de que dichos escenarios ocurran son desconocidas.

También es posible modelar explícitamente distribuciones con colas largas y emplear el Método de Simulación Montecarlo. Las alternativas van desde usar combinaciones de la distribución normal hasta modelar las volatilidades estocásticamente (Simons 1997).

Debe notarse que tener que trabajar con distribuciones de colas largas no es una particularidad de los inversores institucionales. Es un tema mayor que los bancos han tenido que manejar durante años. Se puede argumentar que la perspectiva de largo plazo de los inversores institucionales hace este problema menos importante para éstos que para los bancos comerciales y de inversión, desde el momento que los activos presentan reversión a la media.

5 Back Testing

Cualquiera sea el método seleccionado para estimar el VAR, se debe realizar el "Back Testing" al modelo. El Back Testing es una prueba estadística usada para validar la calidad y la precisión de un modelo VAR, mediante la comparación de los resultados reales de las posiciones con las medidas de riesgo generadas por los modelos. Se calculan las "excepciones" como la cantidad de veces que las pérdidas reales del período subsiguiente son mayores al VAR. Detectadas las excepciones se evalúa si se han presentado en un número superior al esperable. Por ejemplo, si se trabaja con un nivel de confianza del 99%, es esperable que las pérdidas excedan el VAR calculado un 1% de las veces.

A continuación se presentan dos tests alternativos para analizar la validez del modelo de VAR seleccionado:

5.1 Test en Base a la Distribución Normal

H_0) la distribución original de las excepciones es binomial con p = 1% (implica un nivel de confianza del modelo de 99%)

H_1) p es mayor a 1%

Estadístico:

$(\alpha_{obs} - p)/\sigma$, se distribuye N(0,1)

donde:

α_{obs} = X/N, siendo X el número de excepciones y N la cantidad de períodos en que está siendo testeado el modelo

p es la media que surge de la distribución Binomial

σ = raíz (pq)

5.2 Prueba de Kuciep

H_0) la distribución original de las excepciones es binomial con p = 1% (implica un nivel de confianza del modelo de 99%)

H_1) p es mayor a 1%

Estadístico:

LRuc = 2 ln $(\alpha_{obs}^{x} (1 - \alpha_{obs})^{252-x}) / (0.01^{x} (1 - 0.01)^{252-x})$, se distribuye χ^2 con 1 grado de libertad

donde:

α_{obs} = X/252, siendo X el número de excepciones y 252 la cantidad de días en que está siendo testeado el modelo

6 Otras consideraciones sobre el VAR

Existe un riesgo más sutil de la aplicación generalizada del VAR cuando los mercados son reducidos o ilíquidos. El VAR de un portafolio puede variar drásticamente como resultado de cambios en las condiciones del mercado. Si los administradores tienen como regla mantener el VAR por debajo de cierto nivel, no tendrán otra opción que vender instrumentos, causando un alto VAR en ese momento. Usado de esta forma, el VAR puede tener el potencial de llevar a la baja el precio de los activos e incrementar sus volatilidades cuando los mercados son reducidos o ilíquidos.

7 VAR y el "Tracking Error"

Tradicionalmente los administradores de fondos e inversores institucionales miden el riesgo y el retorno en relación a un "benchmark".

El "Tracking Error" (TE) es una medida de riesgo basada en la desviación estándar de los retornos del portafolio relativos a los del "benchmark" elegido. Se define como la desviación estándar del exceso de retorno (ER) que es la diferencia entre el retorno del portafolio y el del "benchmark". A diferencia del VAR que generalmente se mide para períodos más cortos, el TE se mide típicamente en términos de retornos mensuales. De todas formas, los retornos se pueden medir sobre cualquier período de tiempo.

$ER = R_p – R_b$

$TE = \sqrt{\{1/(T-1) * \Sigma(ER_t - \underline{ER})^2\}}$

donde:

ER_t es el exceso de retorno del portafolio sobre el del benchmark en el período t

$\underline{ER}$ es el exceso de retorno promedio

TE es el "tracking error"

T es el número de períodos sobre el cual se está calculando el “tracking error”

A diferencia del TE que se mide en porcentaje relativo al benchmark, el VAR generalmente se mide como el monto en dinero de la pérdida que puede ocurrir con determinada probabilidad. De todas formas, es posible calcular el “tracking VAR” que también es medido en relación al benchmark.

El tracking VAR se calcula como el VAR de un portafolio que está largo en el portafolio actual y corto en la posición de su benchmark. Generalmente se expresa en términos de retorno en lugar de una cantidad absoluta de dinero que el portafolio pueda perder.

8 Performance ajustada por riesgo: Medida de Sharpe y RAROC

Tanto el Tracking Error (TE) como el Tracking VAR (TVAR) muestran únicamente cuan cerca los retornos de un determinado portafolio siguen al benchmark. De hecho es posible caer por debajo del benchmark dramáticamente aún teniendo un bajo TE o TVAR. Esto es una debilidad del TE como medida de riesgo dado que la mayoría de los administradores de portafolios considera que uno de los riesgos más importantes es caer por debajo del benchmark. El hecho de que diversos fondos tengan retornos muy distintos a pesar de tener similares TE se debe a que las tendencias sistemáticas en los retornos pueden tener un efecto acumulativo importante sobre el plazo de la inversión aún cuando período a período el TE sea bajo.

Esto ilustra una seria dificultad en usar simples medidas basadas en la desviación estándar sobre horizontes de inversión largos. El VAR estándar generalmente asume que el retorno esperado es cero o como mucho la tasa libre de riesgo. Esto se debe a que se supone que los portafolios de trading son mantenidos por tan corto tiempo que el retorno esperado puede ser ignorado. Para medir el VAR absoluto de largo plazo de un portafolio de inversión tiene sentido incorporar una estimación del retorno esperado del mismo.

A pesar del hecho que TE o TVAR similares pueden acompañar grandes diferencias en los retornos, pueden proveer información importante para ajustar la performance por el riesgo asumido. El TE puede utilizarse con este propósito, para calcular la medida de retorno ajustada por riesgo conocida como la medida de Sharpe y que se expresa como sigue:

Medida de Sharpe = $(R_p – R_f) / \sigma_{Rp}$

En el contexto del Tracking Error el retorno “libre de riesgo” (R_f) para el administrador es el retorno del Benchmark (R_{BMK}) por lo que $(R_p – R_f) = (R_p – R_{BMK})$ = ER. En el caso de que R_{BMK} no presente volatilidad el desvío estándar del ER es igual a σ_{Rp}. Sin embargo, en el contexto del TE “libre de riesgo” no implica necesariamente que no presente volatilidad por lo que el desvío estándar de ER es $\sigma_{(Rp – RBMK)}$ = TE

La Medida de Sharpe se traduce en este contexto en:

Medida de Sharpe = $(R_p – R_{BMK}) / \sigma_{(Rp-RBMK)}$ = ER/TE

La inversión con la mayor medida de Sharpe es la preferible ya que provee un retorno superior por unidad de riesgo. Se deben hacer varias aclaraciones respecto a este indicador. Debe usarse el mismo benchmark para todos los portafolios que se estén comparando, de lo contrario, la comparación no sería correcta. Cuando se comparan fondos que normalmente usarían distintos benchmarks, tales como fondos de bonos o de acciones, la medida de Sharpe usaría típicamente una especie de "benchmark universal", tal como el retorno de un activo libre de riesgo como son los bonos del tesoro norteamericanos. Por último, a menos que los retornos de los fondos estén perfectamente correlacionados se podrían alcanzar mayores retornos ajustados por riesgo con una combinación de todos los fondos disponibles. En cualquier caso la combinación óptima de portafolios también tendrá la medida de Sharpe más alta por lo que el principio de elegir los portafolios con mayor medida de Sharpe se mantiene.

Otra medida de performance ajustada por riesgo es el "Risk Adjusted Return of Capital" (RAROC) desarrollada por Banker's Trust que emplea como medida de riesgo el VAR:

$RAROC = Retorno / VAR_{99\%}$

9 VAR y TE: Aplicación a los Fondos de Pensión

A partir de lo presentado en los puntos anteriores se calcula el VAR Paramétrico e Histórico mensual, medido en dólares, de las Administradoras de Fondos de Ahorro Previsional que hoy operan en Uruguay (Afinidad, Integración, República y UniónCapital) y sus respectivos TE para luego evaluar sus performances ajustadas por riesgo.

Los portafolios de dichos fondos están compuestos básicamente por instrumentos de renta fija los cuales no todos se valúan a precio de mercado como por ejemplo los Certificados de Depósito. Por lo tanto no todos los instrumentos están afectados por el "riesgo de mercado" que es lo que se intenta medir a través del VAR. Debido a lo anterior, se calculará el VAR de aquella parte de los portafolios que está sujeta a riesgo de mercado.

9.1 Cálculo del VAR

9.1.1 VAR Paramétrico o Delta Normal

En primer lugar se identifican dos factores de riesgo fundamentales para los portafolios de los Fondos de Ahorro Previsional de Uruguay: las tasas de interés y los tipos de cambio de las distintas monedas (expresados en términos de dólares) en que están invertidos dichos fondos. Se considera que estos dos factores son los únicos que le introducen volatilidad a los retornos del portafolio.

La volatilidad de los retornos del portafolio se derivará entonces como:

$$\sigma_p = \text{raíz}\ (w^2_{RT}\ \sigma^2_{RT} + w^2_{RM}\ \sigma^2_{RM} + 2\ w_{RT}\ w_{RM}\ \gamma\ \sigma_{RT}\ \sigma_{RM})$$

donde:

w_{RT} es la proporción del portafolio sujeto a riesgo de mercado debido a cambios en las tasas de interés

w_{RM} es la proporción del portafolio sujeto a riesgo de mercado debido a cambios en los tipos de cambio (riesgo moneda)

γ es el coeficiente de correlación entre los retornos producidos por cambios en las tasas de interés y los retornos producidos por cambios en los tipos de cambio

σ_{RT} es la volatilidad del portafolio sujeto a riesgo de tasa de interés

σ_{RM} es la volatilidad del portafolio sujeto a riesgo de tipo de cambio

Dada la falta de disponibilidad de datos para calcular la matriz de varianzas y covarianzas de los activos sujetos a riesgo de tasa, ya sea porque algunos de ellos fueron creados hace poco tiempo o porque no se disponen de series de tiempo de bonos con madurez constante necesarias para calcular dicha matriz, se opta por calcular la duración de los portafolios de las AFAP[1] sujetos a riesgo de tasa y emplear la siguiente relación para calcular la volatilidad de dichos portafolios:

$R_{RT} = MD\ \Delta y_D = \{D/(1+y_D)\}\ \Delta y_D$

$\sigma_{RT} = MD\ \sigma_{\Delta yD}$

donde:

R_{RT} es el retorno del portafolio sujeto a riesgo de tasa

MD es la duración modificada que se calcula como $D/(1+y_D)$

D es la Duración de Macaulay

y_D es la tasa de rendimiento a un plazo D

$\sigma_{\Delta yD}$ es el desvío estándar de los cambios en la tasa y_D

Debido a la razón expuesta, tampoco es posible obtener el coeficiente de correlación γ por lo que se supondrá que es igual a uno, es decir, se supone que no existe efecto diversificación entre el “riesgo tasa” y el “riesgo moneda”.

Por lo tanto, el riesgo del portafolio total sujeto a riesgo de mercado (riesgo de tasa y riesgo moneda) se calculará como sigue:

σ_p = raíz $(w^2_{RT}\ MD^2 \sigma^2_{\Delta yD} + w^2_{RM}\ \sigma^2_{RM} + 2\ w_{RT}\ w_{RM}\ \sigma_{RT}\ \sigma_{RM}) = w_{RT}\ MD\sigma_{\Delta yD} + w_{RM}\ \sigma_{RM}$

Cálculo de σ_{RT}

Para el cálculo de la volatilidad del portafolio sujeto a riesgo de tasa se computa en primer lugar la Duración de dicho portafolio para cada AFAP y su Duración Modificada (D y MD).

Luego se estima la volatilidad de los cambios en las tasas de rendimiento relevantes para cada AFAP ($\sigma_{\Delta yD}$). Dicha volatilidad se calcula de dos formas alternativas: 1) suponiendo que es constante en el tiempo, para lo cual se construye la serie histórica de la tasa de rendimiento relevante (Anexo 1.1) y se calcula el desvío estándar de los cambios mensuales en la misma y 2) suponiendo que la volatilidad es cambiante en el tiempo, para lo cual se supone que el proceso heteroscedástico es generado por un modelo GARCH(1,1) (Anexo 1.3.2).

Cálculo de σ_{RM}

En este caso se estima directamente la volatilidad del portafolio sujeto a riesgo de cambio. También acá se procede a calcular la volatilidad de dos formas alternativas: 1) suponiendo volatilidad constante en todo momento, para lo cual se calcula la serie histórica de los retornos mensuales de las distintas monedas y se construye la matriz varianza-covarianza de los mismos para luego calcular la volatilidad del portafolio como:

$\sigma_{RM} = w' \Sigma w$

---

[1] Dado el nivel de agregación de la información que publica el Banco Central del Uruguay, se debieron realizar algunos supuestos acerca de la composición del portafolio de las AFAP al interior de cada agrupación de instrumentos.

donde:

w es el vector columna que contiene los ponderadores de las distintas monedas en el portafolio sujeto a riesgo moneda

Σ es la matriz Varianza-Covarianza de los retornos en dólares de las distintas monedas

y 2) suponiendo volatilidad variable en el tiempo, para lo cual se emplea el modelo GARCH(1,1) (Anexo 1.3.3).

Cálculo del VAR Delta Normal

Una vez computado el riesgo de cada portafolio se procede a calcular el VAR paramétrico como sigue:

$$VAR_{TOTAL} = W_0\ \alpha\ \sigma_p = W_0\ \alpha\ (w_{RT}\ MD\sigma_{\Delta yD} + w_{RM}\ \sigma_{RM}) = VAR_{RT} + VAR_{RM}$$

donde:

W_0 es la parte del portafolio de las AFAP sujeta a riesgo de mercado

$\sigma_{\Delta yD}$ es la volatilidad de los cambios de tasa calculado por uno u otro método

σ_{RM} es la volatilidad del portafolio de "otras monedas" diferentes al dólar calculada por uno u otro método

Resultados a octubre 2002

VAR Paramétrico - σ constante

	AFAP 1	AFAP 2	AFAP 3	AFAP 4
$VAR_{RT\ (\%\ FAP)}$	2.13%	1.90%	2.21%	1.88%
$VAR_{RM\ (\%\ FAP)}$	0.24%	0.21%	0.28%	0.13%
$VAR_{TOTAL\ (\%\ FAP)}$	**2.37%**	**2.11%**	**2.49%**	**2.02%**

VAR Paramétrico - σ GARCH

	AFAP 1	AFAP 2	AFAP 3	AFAP 4
$VAR_{RT\ (\%\ FAP)}$	6.03%	5.68%	6.23%	5.55%
$VAR_{RM\ (\%\ FAP)}$	0.96%	1.01%	1.31%	0.60%
$VAR_{TOTAL\ (\%\ FAP)}$	**6.99%**	**6.69%**	**7.54%**	**6.15%**

Intervalos de confianza para los VAR calculados

El VAR es un estimador del riesgo del portafolio que toma como insumos la matriz de varianzas y covarianzas (o su descomposición), el nivel de significancia y el horizonte de medición del riesgo. Este mecanismo de estimación introduce un grado de imprecisión que puede ser medido a través de un intervalo de confianza.

Considerando el conocido Teorema de Rao (1973):

$(n-1)s^2/\ \sigma^2$ se distribuye χ^2 con (n-1) grados de libertad, donde n denota el número de observaciones disponibles y s^2 la varianza estimada del portafolio.

Si se considera un intervalo de 95%, dejando 2,5% a cada lado de la distribución χ^2, los valores de referencia de la función de distribución serán $\chi^2_{0,025}$ y $\chi^2_{0,975}$. Con estos estadísticos y a partir de manipular la expresión de Rao se puede deducir que:

$$(n-1)s^2/ \chi^2_{0,975}<\sigma^2<(n-1)s^2/ \chi^2_{0,025}$$

Sacando raíz cuadrada y multiplicando por α W_0 llegamos a la expresión:

$$\alpha W_0 \text{ raíz}\{ (n-1)s^2/ \chi^2_{0,975} \}< \alpha W_0 \sigma < \alpha W_0 \text{ raíz}\{ (n-1)s^2/ \chi^2_{0,025} \}$$

$$\alpha W_0 \text{ raíz}\{ (n-1)s^2/ \chi^2_{0,975} \}< VAR_p < \alpha W_0 \text{ raíz}\{ (n-1)s^2/ \chi^2_{0,025} \}$$

El siguente cuadro presenta los intervalos de confianza para el VAR Paramétrico de cada AFAP calculados para cada una de las metodologías empleadas:

Intervalo de Confianza del VAR Paramétrico - σ constante

	AFAP 1	AFAP 2	AFAP 3	AFAP 4
banda inferior	2.02%	1.80%	2.13%	1.72%
banda superior	2.87%	2.56%	3.02%	2.44%
$VAR_{TOTAL\ (\%\ FAP)}$	**2.37%**	**2.11%**	**2.49%**	**2.02%**

Intervalo de Confianza del VAR Paramétrico - σ GARCH(1,1)

	AFAP 1	AFAP 2	AFAP 3	AFAP 4
banda inferior	5.95%	5.69%	6.41%	5.23%
banda superior	8.48%	8.11%	9.14%	7.46%
$VAR_{TOTAL\ (\%\ FAP)}$	**6.99%**	**6.69%**	**7.54%**	**6.15%**

9.1.2 VAR Histórico

Se calcula el retorno del portafolio sujeto a riesgo de tasa y el del portafolio sujeto a riesgo moneda para cada momento del tiempo y se construye el Histograma de dichos retornos para cada AFAP. Se selecciona el R^c de cada portafolio como aquel retorno que es excedido solamente un 5% de las veces. Luego se computa el VAR como:

$$VAR_{TOTAL} = VAR_{RT} + VAR_{RM} = W_0 \ (w_{RT}\, R^c_{RT} + w_{RM}\, R^c_{RM})$$

Resultados a octubre 2002

VAR Histórico

	AFAP 1	AFAP 2	AFAP 3	AFAP 4
$VAR_{RT\ (\%\ FAP)}$	2.24%	1.96%	2.27%	1.95%
$VAR_{RM\ (\%\ FAP)}$	0.29%	0.28%	0.38%	0.18%
$VAR_{TOTAL\ (\%\ FAP)}$	**2.53%**	**2.24%**	**2.65%**	**2.13%**

9.2 Cálculo del TE

En primer lugar se debe seleccionar un portafolio comparador o “Benchmark”. En el presente trabajo se optó por considerar dos Benchmarks alternativos: 1) el portafolio compuesto por el promedio ponderado de las cuatro AFAP y 2) el portafolio compuesto por el promedio simple de las AFAP.

El primero de ellos tiene su justificación desde el punto de vista legal, ya que la Ley impone sanciones a las AFAP cuando su retorno se ubica por debajo del mínimo entre 2% y el retorno promedio del sistema menos 2 puntos porcentuales. Por lo tanto es riesgoso alejarse del promedio del sistema así definido.

El segundo Benchmark elegido, el promedio simple de las AFAP, se justifica por el hecho de que el primer Benchmark (promedio ponderado del sistema) pondera fuertemente a República AFAP lo que genera un sesgo en las medidas de riesgo y retorno relativas al Benchmark a favor de la misma. Sin embargo, como existe una AFAP que es considerablemente más chica que el resto (Integración) y por lo tanto tiene mayor poder de manejo activo de su portafolio, si se la pondera igual que las demás se crea un sesgo a favor de esta AFAP en las medidas de riesgo y retorno relativas al Benchmark.

Una vez definido el Benchmark se calculan los retornos históricos mensuales de los portafolios de las distintas AFAP y se calcula su exceso de retorno respecto al del Benchmark desde el inicio del nuevo régimen (julio 1996) hasta octubre 2002:

$ER_{1,t} = R_{p,t} - R_{BMK1,t}$

$ER_{2,t} = R_{p,t} - R_{BMK2,t}$

donde

$R_{p,t}$ es el retorno mensual promedio en pesos de cada AFAP en el mes t

$R_{BMK1,t}$ es el retorno mensual promedio en pesos del Benchmark 1 (promedio ponderado del Sistema) en el mes t

$R_{BMK2,t}$ es el retorno mensual promedio en pesos del Benchmark 2 (promedio simple del Sistema) en el mes t

$ER_{1,t}$ es el exceso de retorno respecto al Benchmark 1 en el mes t

$ER_{2,t}$ es el exceso de retorno respecto al Benchmark 2 en el mes t

Luego se calcula el Tracking Error como:

$TE = \text{raíz} \{ 1/(T-1)\ \Sigma\ (ER_t - \underline{ER})^2 \}$

Es decir, se calcula el TE como el desvío estándar de los excesos de retorno del portafolio respecto al Benchmark seleccionado.

Los cuadros que siguen resumen la evolución histórica de los excesos de retorno y de los Tracking Error respecto a los dos Benchmarks seleccionados, desde el inicio del sistema hasta octubre 2002:

BMK=SISTEMA

TE	AFAP 1	AFAP 2	AFAP 3	AFAP 4
Inicio - oct 02	0.067%	0.179%	0.220%	0.196%
Merc. Formal - oct 02	0.044%	0.171%	0.222%	0.122%
1996	0.110%	0.284%	0.282%	0.349%
1997	0.071%	0.177%	0.131%	0.239%
1998	0.069%	0.131%	0.110%	0.130%
1999	0.013%	0.065%	0.037%	0.039%
2000	0.018%	0.037%	0.030%	0.039%
2001	0.012%	0.065%	0.031%	0.028%
2002 (oct)	0.076%	0.296%	0.514%	0.262%

R_p - R_{BMK}	AFAP 1	AFAP 2	AFAP 3	AFAP 4
Inicio - oct 02	-0.026%	0.041%	0.002%	0.061%
Merc. Formal - oct 02	-0.005%	0.025%	-0.037%	0.038%
1996	-0.135%	0.068%	0.194%	0.374%
1997	-0.054%	0.107%	0.078%	-0.036%
1998	-0.020%	-0.049%	0.019%	0.047%
1999	-0.009%	0.017%	-0.004%	0.043%
2000	0.002%	-0.038%	-0.025%	0.025%
2001	0.009%	0.002%	-0.038%	0.015%
2002 (oct)	-0.029%	0.221%	-0.135%	0.122%

BMK=PROMEDIO SIMPLE DE AFAPs

TE	AFAP 1	AFAP 2	AFAP 3	AFAP 4
Inicio - oct 02	0.117%	0.167%	0.208%	0.163%
Merc. Formal - oct 02	0.070%	0.149%	0.223%	0.120%
1996	0.207%	0.287%	0.237%	0.262%
1997	0.124%	0.183%	0.103%	0.196%
1998	0.109%	0.106%	0.105%	0.096%
1999	0.019%	0.056%	0.043%	0.038%
2000	0.026%	0.031%	0.027%	0.035%
2001	0.023%	0.053%	0.031%	0.034%
2002 (oct)	0.108%	0.276%	0.504%	0.276%

R_p - R_{BMK}	AFAP 1	AFAP 2	AFAP 3	AFAP 4
Inicio - oct 02	-0.045%	0.021%	-0.017%	0.041%
Merc. Formal - oct 02	-0.010%	0.020%	-0.042%	0.033%
1996	-0.260%	-0.057%	0.069%	0.249%
1997	-0.077%	0.083%	0.055%	-0.060%
1998	-0.020%	-0.049%	0.020%	0.048%
1999	-0.021%	0.005%	-0.016%	0.031%
2000	0.011%	-0.029%	-0.016%	0.034%
2001	0.012%	0.005%	-0.036%	0.018%
2002 (oct)	-0.074%	0.176%	-0.180%	0.078%

9.3 Performance Ajustada por Riesgo: Medida de Sharpe de las AFAP

Medida de Sharpe (BMK=SISTEMA)

Medida de Sharpe	AFAP 1	AFAP 2	AFAP 3	AFAP 4
Inicio - oct 02	-0.38	0.23	0.01	0.31
Merc. Formal - oct 02	-0.11	0.15	-0.16	0.32
1996	-1.23	0.24	0.69	1.07
1997	-0.75	0.60	0.60	-0.15
1998	-0.30	-0.38	0.17	0.36
1999	-0.68	0.27	-0.11	1.12
2000	0.13	-1.05	-0.83	0.65
2001	0.80	0.03	-1.23	0.56
2002 (oct)	-0.39	0.75	-0.26	0.47

Medida de Sharpe (BMK=PROMEDIO SIMPLE AFAP)

Medida de Sharpe	AFAP 1	AFAP 2	AFAP 3	AFAP 4
Inicio - oct 02	-0.39	0.13	-0.08	0.25
Merc. Formal - oct 02	-0.15	0.13	-0.19	0.27
1996	-1.25	-0.20	0.29	0.95
1997	-0.63	0.45	0.53	-0.31
1998	-0.18	-0.46	0.19	0.50
1999	-1.08	0.10	-0.37	0.83
2000	0.44	-0.94	-0.58	0.97
2001	0.54	0.09	-1.16	0.55
2002 (oct)	-0.69	0.64	-0.36	0.28

10 Conclusiones

El VAR se ha convertido en una medida estándar aceptada en la industria bancaria y es la base para el calculo de los requerimientos de capital para sobrellevar el riesgo de mercado en estas instituciones de acuerdo al Comité de Basilea. La adopción del VAR ha sido más lenta en la industria de administración de inversiones pero a medida que la demanda crezca y se genere un consenso sobre la necesidad de aplicar estándares, es esperable que se acelere su uso. Esto no estará libre de problemas ya que el VAR tiene algunas limitaciones. Esta basada en volatilidades y correlaciones que pueden funcionar bien en condiciones normales de mercado pero no en tiempos de crisis. Activos que exhiben bajos grados de correlación en condiciones normales de mercado pueden volverse fuertemente correlacionadas en tiempos de alta volatilidad. En estos casos, el valor de la diversificación puede verse fuertemente reducido. Por lo tanto, el VAR puede subestimar las perdidas potenciales durante las turbulencias de mercado. Sin embargo, el VAR puede ser útil en aquellas instituciones que entiendan sus limitaciones y usen “stress testing” para tener en cuenta sus vulnerabilidades ante eventos “extremos”.

En el caso de los Fondos de Pensión y otras administradoras de portafolios de inversión, es usual evaluar sus performances en relación a un portafolio comparador o Benchmark. Las medidas de riesgo y retorno usadas con dicho objetivo suelen ser el TE, el exceso de retorno respecto al Benchmark y la Medida de Sharpe. En general es preferible un menor TE, un mayor exceso de retorno respecto al Benchmark y una mayor Medida de Sharpe. Sin embargo hay que tener cuidado a la hora de interpretar esta última medida de retorno ajustada por riesgo ya que, cuando el exceso de retorno es negativo, no siempre es preferible una mayor medida de Sharpe. Esto último queda reflejado en el ejemplo que sigue, donde el retorno de ambos portafolios es inferior al del Benchmark y uno de ellos tiene mayor Tracking Error que el otro:

	portafolio 1	portafolio 2
ER	-0,10%	-0,10%
TE	0,50%	0,40%
Medida de Sharpe	-0,20	-0,25

En este ejemplo, la mayor medida de Sharpe la arroja el portafolio 1. Sin embargo se observa que el portafolio 2 tiene el mismo exceso de retorno respecto al benchmark y un menor TE que el portafolio 1 lo que es preferible si lo que se intenta es minimizar el riesgo de desviarse del Benchmark. Por lo tanto, con este ejemplo queda demostrado que no siempre una mayor Medida de Sharpe indica una mejor performance ajustada por riesgo.

ANEXO

CÁLCULO DEL VAR PARA LOS FONDOS DE PENSIÓN

MÉTODO DELTA NORMAL

1.1 EVOLUCION HISTÓRICA DE LA CURVA DE RENDIMIENTOS (JUL 97 – OCT 02)

	1997	1998	1999
Enero		y = 0.0063Ln(x) + 0.0621	y = 0.0107Ln(x) + 0.0627
Febrero		y = 0.0079Ln(x) + 0.0578	y = 0.0112Ln(x) + 0.0627
Marzo		y = 0.0078Ln(x) + 0.0577	y = 0.0102Ln(x) + 0.0635
Abril		y = 0.0082Ln(x) + 0.058	y = 0.0117Ln(x) + 0.0602
Mayo		y = 0.0079Ln(x) + 0.059	y = 0.0116Ln(x) + 0.0602
Junio	y = 0.0114Ln(x) + 0.0531	y = 0.0084Ln(x) + 0.0588	y = 0.0117Ln(x) + 0.0613
Julio	y = 0.0074Ln(x) + 0.0578	y = 0.0089Ln(x) + 0.058	y = 0.0119Ln(x) + 0.0618
Agosto	y = 0.0052Ln(x) + 0.0621	y = 0.011Ln(x) + 0.0579	y = 0.0111Ln(x) + 0.0639
Septiembre	y = 0.0052Ln(x) + 0.062	y = 0.0076Ln(x) + 0.0699	y = 0.0098Ln(x) + 0.0673
Octubre	y = 0.004Ln(x) + 0.0641	y = 0.0051Ln(x) + 0.0751	y = 0.0087Ln(x) + 0.0705
Noviembre	y = 0.0036Ln(x) + 0.0677	y = 0.0101Ln(x) + 0.0638	y = 0.0082Ln(x) + 0.0749
Diciembre	y = 0.0052Ln(x) + 0.0652	y = 0.0101Ln(x) + 0.0635	y = 0.0095Ln(x) + 0.068
	2000	**2001**	**2002**
Enero	y = 0.0095Ln(x) + 0.0684	y = 0.006Ln(x) + 0.0726	y = 0.0203Ln(x) + 0.0481
Febrero	y = 0.0089Ln(x) + 0.0698	y = 0.0036Ln(x) + 0.0718	y = 0.0204Ln(x) + 0.0715
Marzo	y = 0.0099Ln(x) + 0.0681	y = 0.0041Ln(x) + 0.0681	y = 0.0247Ln(x) + 0.0675
Abril	y = 0.0102Ln(x) + 0.0675	y = 0.0129Ln(x) + 0.0536	y = 0.0195Ln(x) + 0.1003
Mayo	y = 0.0111Ln(x) + 0.0665	y = 0.0148Ln(x) + 0.0512	y = -0.0081Ln(x) + 0.178
Junio	y = 0.0101Ln(x) + 0.0681	y = 0.0164Ln(x) + 0.0485	y = -0.0028Ln(x) + 0.1825
Julio	y = 0.0071Ln(x) + 0.0741	= 0.0171Ln(x) + 0.0483	y = -0.0713Ln(x) + 0.3201
Agosto	y = 0.0067Ln(x) + 0.0744	y = 0.0173Ln(x) + 0.0476	y = -0.085Ln(x) + 0.3542
Septiembre	y = 0.0066Ln(x) + 0.0755	y = 0.0183Ln(x) + 0.0451	y = -0.118Ln(x) + 0.3968
Octubre	y = 0.0073Ln(x) + 0.0762	y = 0.0216Ln(x) + 0.0398	y = -0.1006Ln(x) + 0.3765
Noviembre	y = 0.0072Ln(x) + 0.078	y = 0.0232Ln(x) + 0.0352	
Diciembre	y = 0.0068Ln(x) + 0.0764	y = 0.0237Ln(x) + 0.0333	

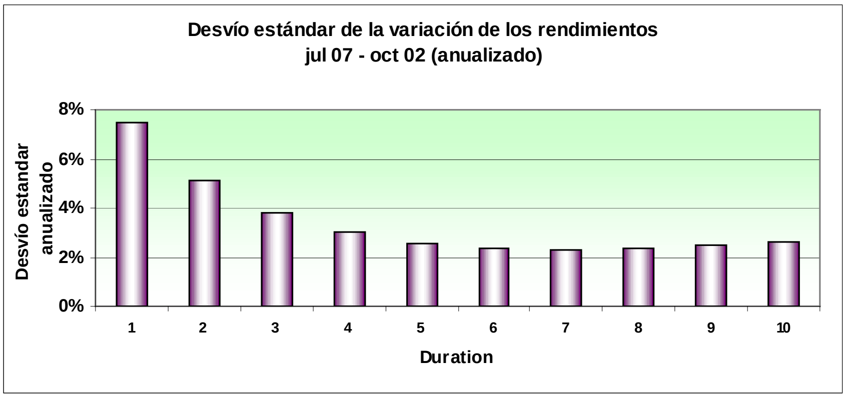
x = modified duration
y = rendimiento

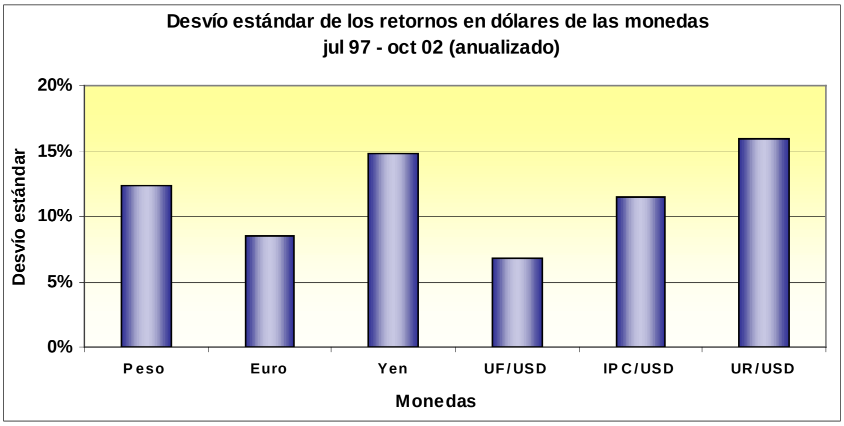
Estas ecuaciones son funciones logarítmicas que representan la línea de tendencia de la relación existente entre la “Duración Modificada” y el rendimiento de los bonos soberanos y corporativos uruguayos en cada momento del tiempo.

Una vez determinada la “Duración Modificada” de los portafolios sujetos a riesgo de tasas de las AFAP, se procede a calcular la serie histórica de la tasa relevante para cada AFAP a través de las ecuaciones anteriores.

1.2 VAR CON σ CONSTANTE

1.2.1 *Desvío Estándar de los "Factores de Mercado"*





1.2.2 *Datos para Cálculo de VAR con σ Constante*

	AFAP 1	AFAP 2	AFAP 3	AFAP 4
D^M	1.59	1.37	1.61	1.42
$\sigma_{R\ riesgo\ tasa} = D^M\ \sigma_{\Delta y}$	2.70%	2.53%	2.72%	2.57%
$VAR_{riesgo\ tasa}$ (% $W_{riesgo\ tasa}$)	4.46%	4.17%	4.48%	4.24%
$\sigma_{R\ riesgo\ moneda}$	2.03%	2.81%	2.82%	2.43%
$VAR_{riesgo\ moneda}$ (% $W_{riesgo\ moneda}$)	3.35%	4.64%	4.65%	4.01%
α	1.65	1.65	1.65	1.65
σ_{riesgo}	2.61%	2.56%	2.73%	2.56%
$w_{riesgo\ tasa}$	0.87	0.91	0.89	0.93
$w_{riesgo\ moneda}$	0.13	0.09	0.11	0.07
$VAR_{total\ aprox}$ (% W_{riesgo})	4.31%	4.22%	4.50%	4.23%
$VAR_{total\ aprox}$ (% FAP)	2.37%	2.11%	2.49%	2.02%

1.3 VAR CON σ CAMBIANTE

1.3.1 Estimación de la Volatilidad del Cambio en las Tasas Relevante para cada AFAP (CUADROS)

1.3.1.1 AFAP 1

Dependent Variable: AFAP1
Method: ML - ARCH (Marquardt)
Date: 06/13/03 Time: 15:58
Sample(adjusted): 1997:07 2002:10
Included observations: 64 after adjusting endpoints
Convergence not achieved after 500 iterations
Variance backcast: ON

	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
C	0.000751	0.000449	1.673044	0.0943
	Variance Equation			
C	4.28E-06	1.47E-06	2.922313	0.0035
ARCH(1)	1.118512	0.471776	2.370853	0.0177
GARCH(1)	0.312778	0.153182	2.041870	0.0412

R-squared	-0.042860	Mean dependent var	0.004242
Adjusted R-squared	-0.095003	S.D. dependent var	0.016993
S.E. of regression	0.017782	Akaike info criterion	-7.405949
Sum squared resid	0.018972	Schwarz criterion	-7.271019
Log likelihood	240.9904	Durbin-Watson stat	1.309035

1.3.1.2 AFAP 2

Dependent Variable: AFAP2
Method: ML - ARCH (Marquardt)
Date: 06/13/03 Time: 15:59
Sample(adjusted): 1997:07 2002:10
Included observations: 64 after adjusting endpoints
Convergence achieved after 26 iterations
Variance backcast: ON

	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
C	0.000944	0.000472	2.001872	0.0453
	Variance Equation			
C	4.45E-06	1.83E-06	2.425644	0.0153
ARCH(1)	1.165931	0.473332	2.463241	0.0138
GARCH(1)	0.314859	0.148894	2.114651	0.0345

R-squared	-0.037721	Mean dependent var	0.004502
Adjusted R-squared	-0.089607	S.D. dependent var	0.018465
S.E. of regression	0.019274	Akaike info criterion	-7.266808
Sum squared resid	0.022290	Schwarz criterion	-7.131877
Log likelihood	236.5378	Durbin-Watson stat	1.355987

1.3.1.3 AFAP 3

Dependent Variable: AFAP3
Method: ML - ARCH (Marquardt)
Date: 06/13/03 Time: 16:00
Sample(adjusted): 1997:07 2002:10
Included observations: 64 after adjusting endpoints
Convergence not achieved after 500 iterations
Variance backcast: ON

	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
C	0.000734	0.000445	1.649822	0.0990
	Variance Equation			
C	4.25E-06	1.43E-06	2.971444	0.0030
ARCH(1)	1.118794	0.473767	2.361486	0.0182
GARCH(1)	0.311644	0.153197	2.034273	0.0419

R-squared	-0.043359	Mean dependent var	0.004220
Adjusted R-squared	-0.095527	S.D. dependent var	0.016871
S.E. of regression	0.017658	Akaike info criterion	-7.418370
Sum squared resid	0.018708	Schwarz criterion	-7.283440
Log likelihood	241.3878	Durbin-Watson stat	1.304756

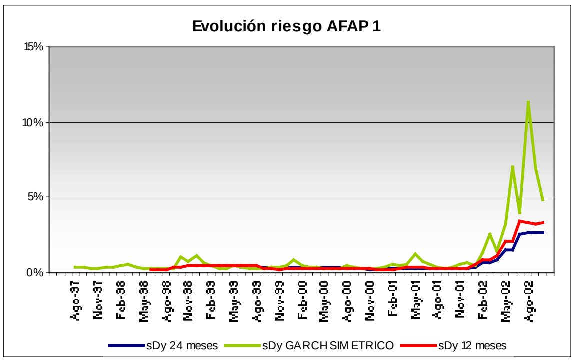
1.3.1.4 AFAP 4

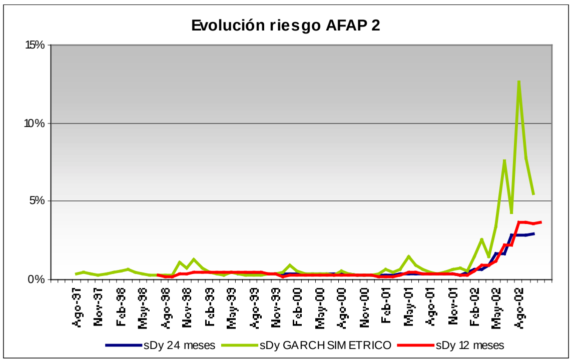
Dependent Variable: AFAP4
Method: ML - ARCH (Marquardt)
Date: 06/13/03 Time: 16:01
Sample(adjusted): 1997:07 2002:10
Included observations: 64 after adjusting endpoints
Convergence achieved after 26 iterations
Variance backcast: ON

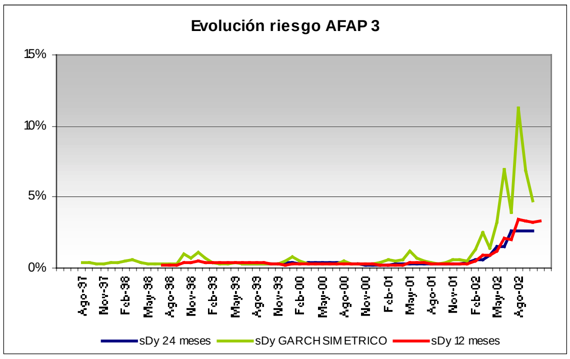
	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
C	0.000899	0.000470	1.912627	0.0558
	Variance Equation			
C	4.43E-06	1.75E-06	2.538053	0.0111
ARCH(1)	1.146984	0.469457	2.443213	0.0146
GARCH(1)	0.316013	0.150576	2.098699	0.0358

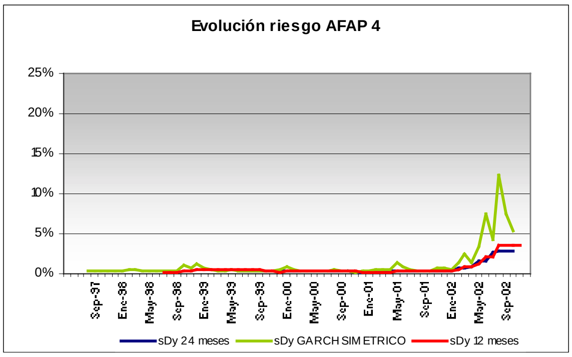
R-squared	-0.038830	Mean dependent var	0.004439
Adjusted R-squared	-0.090771	S.D. dependent var	0.018109
S.E. of regression	0.018913	Akaike info criterion	-7.298906
Sum squared resid	0.021462	Schwarz criterion	-7.163976
Log likelihood	237.5650	Durbin-Watson stat	1.345336

1.3.1.5 Estimación de la Volatilidad del Cambio en las Tasas Relevante para cada AFAP (GRÁFICOS)









1.3.2 Estimación de la Volatilidad del Retorno por Tipo de Cambio de los Portafolios de "Otras Monedas" de las AFAP (CUADROS)

1.3.2.1 AFAP 1

Dependent Variable: MAFAP1
Method: ML - ARCH (Marquardt)
Date: 12/13/02 Time: 12:27
Sample(adjusted): 1997:07 2002:10
Included observations: 64 after adjusting endpoints
Convergence achieved after 28 iterations
Variance backcast: ON

	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
C	-0.004297	0.001239	-3.466959	0.0005
		Variance Equation		
C	-4.69E-08	4.00E-06	-0.011721	0.9906
ARCH(1)	0.387886	0.125941	3.079891	0.0021
GARCH(1)	0.850312	0.093679	9.076900	0.0000
R-squared	-0.067783	Mean dependent var		-0.009519
Adjusted R-squared	-0.121172	S.D. dependent var		0.020217
S.E. of regression	0.021407	Akaike info criterion		-6.040351
Sum squared resid	0.027496	Schwarz criterion		-5.905420
Log likelihood	197.2912	Durbin-Watson stat		0.922534

1.3.2.2 AFAP 2

Dependent Variable: MAFAP2
Method: ML - ARCH (Marquardt)
Date: 12/13/02 Time: 12:30
Sample(adjusted): 1997:07 2002:10
Included observations: 64 after adjusting endpoints
Convergence achieved after 36 iterations
Variance backcast: ON

	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
C	-0.006000	0.000935	-6.416358	0.0000
		Variance Equation		
C	5.06E-06	4.57E-06	1.107129	0.2682
ARCH(1)	0.967947	0.448871	2.156403	0.0311
GARCH(1)	0.544885	0.194870	2.796152	0.0052

R-squared	-0.063866	Mean dependent var	-0.013035
Adjusted R-squared	-0.117059	S.D. dependent var	0.028059
S.E. of regression	0.029655	Akaike info criterion	-6.065533
Sum squared resid	0.052767	Schwarz criterion	-5.930603
Log likelihood	198.0971	Durbin-Watson stat	0.867764

1.3.2.3 AFAP 3

Dependent Variable: MAFAP3
Method: ML - ARCH (Marquardt)
Date: 12/13/02 Time: 12:32
Sample(adjusted): 1997:07 2002:10
Included observations: 64 after adjusting endpoints
Convergence achieved after 28 iterations
Variance backcast: ON

	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
C	-0.005933	0.000543	-10.92546	0.0000
		Variance Equation		
C	3.62E-06	4.22E-06	0.858627	0.3905
ARCH(1)	1.310185	0.485087	2.700930	0.0069
GARCH(1)	0.405305	0.159644	2.538797	0.0111

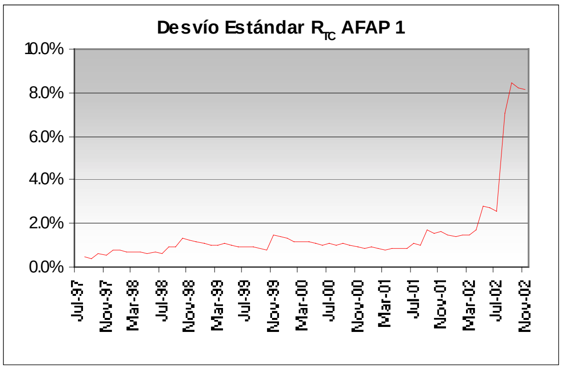
R-squared	-0.064382	Mean dependent var	-0.013014
Adjusted R-squared	-0.117601	S.D. dependent var	0.028126
S.E. of regression	0.029733	Akaike info criterion	-6.263059
Sum squared resid	0.053045	Schwarz criterion	-6.128129
Log likelihood	204.4179	Durbin-Watson stat	0.846484

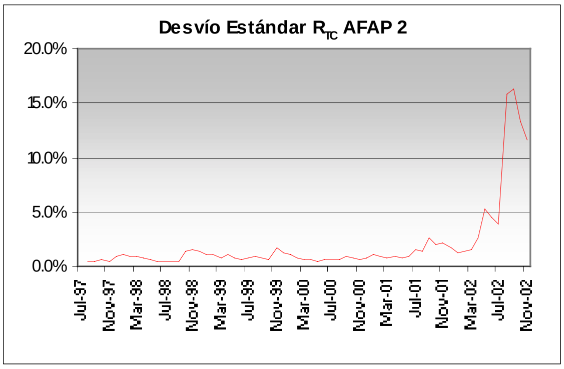
1.3.2.4 AFAP 4

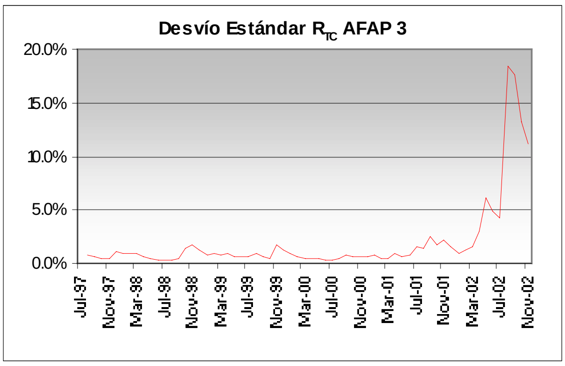
Dependent Variable: MAFAP4
Method: ML - ARCH (Marquardt)
Date: 12/13/02 Time: 12:34
Sample(adjusted): 1997:07 2002:10
Included observations: 64 after adjusting endpoints
Convergence achieved after 45 iterations
Variance backcast: ON

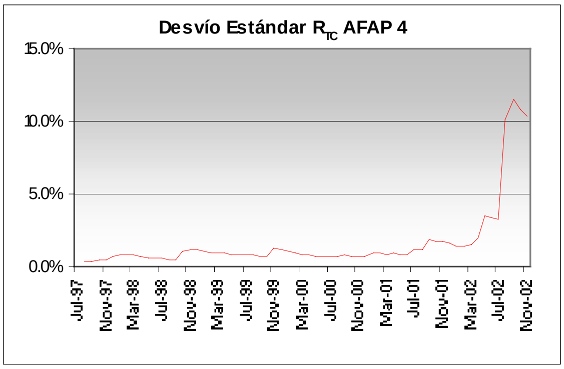
	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
C	-0.005781	0.001155	-5.007440	0.0000
	Variance Equation			
C	1.20E-06	4.47E-06	0.268915	0.7880
ARCH(1)	0.524305	0.215833	2.429216	0.0151
GARCH(1)	0.777787	0.164342	4.732740	0.0000
R-squared	-0.059370	Mean dependent var		-0.011635
Adjusted R-squared	-0.112338	S.D. dependent var		0.024213
S.E. of regression	0.025536	Akaike info criterion		-6.232770
Sum squared resid	0.039126	Schwarz criterion		-6.097840
Log likelihood	203.4486	Durbin-Watson stat		0.875457

1.3.2.5 Estimación de la Volatilidad del Retorno por Tipo de Cambio de los Portafolios de "Otras Monedas" de las AFAP (GRÁFICOS)







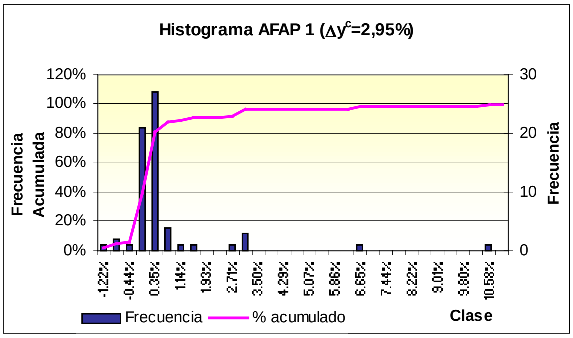


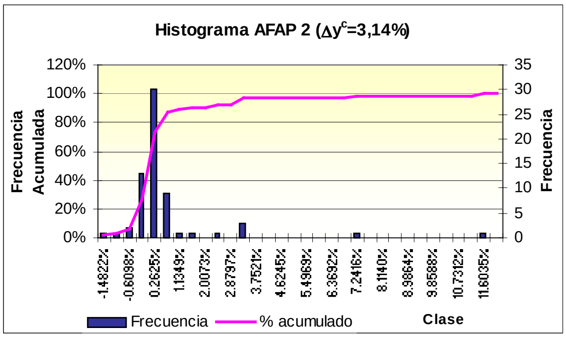
1.3.3 Datos para Cálculo de VAR con σ Cambiante

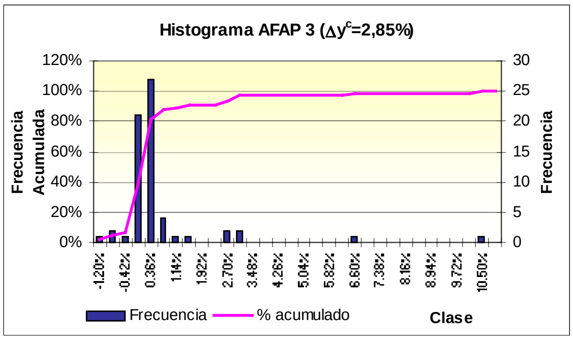
	AFAP 1	AFAP 2	AFAP 3	AFAP 4
$\sigma_{R\ riesgo\ tasa} = MD\ \sigma_{\Delta y}$	7.64%	7.55%	7.64%	7.58%
VAR $_{riesgo\ tasa}$ (% $W_{riesgo\ tasa}$)	12.60%	12.46%	12.60%	12.51%
$\sigma_{R\ riesgo\ moneda}$	8.23%	13.39%	13.15%	10.85%
VAR $_{riesgo\ moneda}$ (% $W_{riesgo\ moneda}$)	13.58%	22.09%	21.70%	17.90%
α	1.65	1.65	1.65	1.65
σ_{riesgo}	7.71%	8.09%	8.24%	7.81%
$w_{riesgo\ tasa}$	0.87	0.91	0.89	0.93
$w_{riesgo\ moneda}$	0.13	0.09	0.11	0.07
VAR $_{total\ aprox}$ (% W_{riesgo})	12.73%	13.34%	13.59%	12.89%
VAR $_{total\ aprox}$ (% FAP)	6.99%	6.69%	7.54%	6.15%

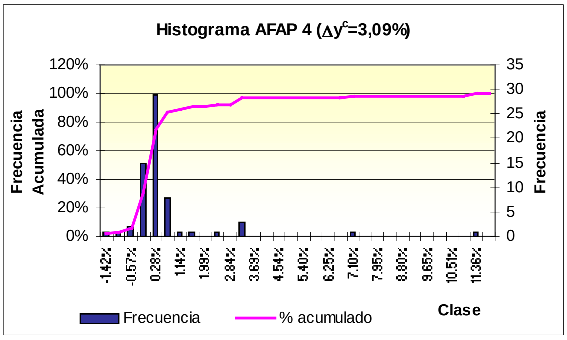
2 METODO DE SIMULACIÓN HISTÓRICA

2.1 HISTOGRAMA DE CAMBIO DE TASAS DE INTERÉS RELEVANTE PARA CADA AFAP

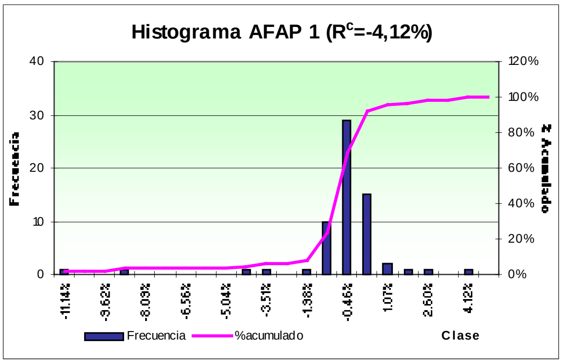


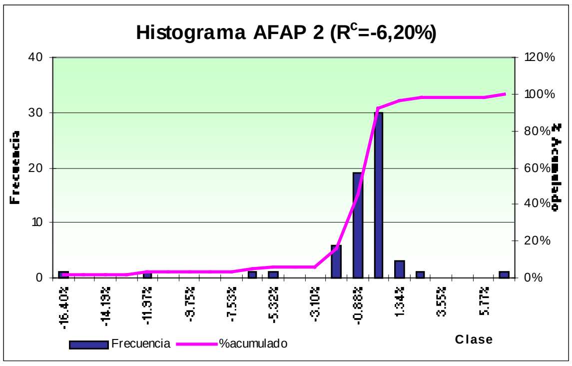


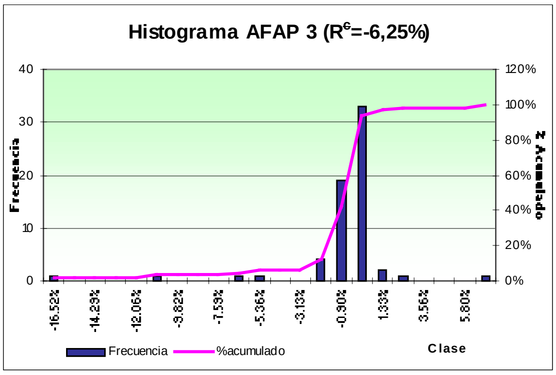


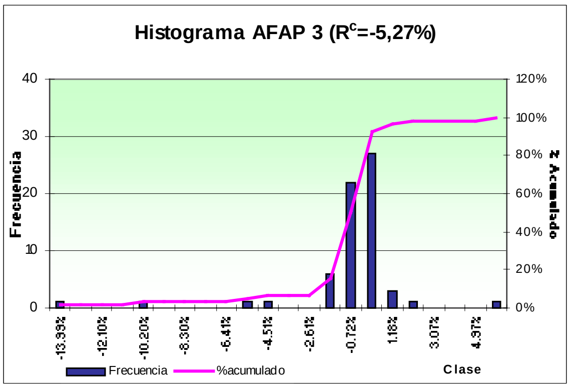


2.2 HISTOGRAMA DE RETORNOS DEL PORTAFOLIO DE "OTRAS MONEDAS" (DISTINTAS DEL DÓLAR) PARA LAS AFAP









2.3 DATOS PARA CALCULO DE VAR HISTÓRICO

	AFAP 1	AFAP 2	AFAP 3	AFAP 4
VAR $_{\text{riesgo tasa}}$ (% $W_{\text{riesgo tasa}}$)	4.69%	4.30%	4.60%	4.39%
VAR $_{\text{riesgo moneda}}$ (% $W_{\text{riesgo moneda}}$)	4.12%	6.20%	6.25%	5.27%
α	1.65	1.65	1.65	1.65
$w_{\text{riesgo tasa}}$	0.87	0.91	0.89	0.93
$w_{\text{riesgo moneda}}$	0.13	0.09	0.11	0.07
VAR $_{\text{total aprox}}$ **(% W_{riesgo})**	4.61%	4.48%	4.78%	4.46%
VAR $_{\text{total aprox}}$ (% FAP)	2.53%	2.24%	2.65%	2.13%

Bibliografía

Ammann Manuel and Tobler Jürg (2000) – "Measurement and Decomposition of Tracking Error Variance", Working Paper, Swiss Institute of Banking and Finance, Universität St. Gallen, Switzerland.

Bams, Dennis and Wielhouwer Jacco L. (2000) – "Empirical Issues in Value-at-Risk", ING Group Amsterdam, Maastrich University and Tilburg University.

Bilson, John F. O. (2001) – "Value at Risk in Emerging Markets: A Case of Study of the $/KRW Exchange Rate", Stuart Graduate School of Business. Illinois Institute of Technology.

Bollerslev, T. (1986) – "Generalized Autoregressive Conditional Heteoscedasticity", Journal of Econometrics 31 (307 – 327)

Giot Pierre and Laurent Sébastien (2001) – "Modelling Daily Value-at- Risk Using Realized Volatility and Arch Type Models", Society for Computational Economics No. 94 in Computing in Economics and Finance.

Goetzmann, William, et al. – "Sharpening Sharpe Ratios", Working Paper No. 9116, NBER Working Paper Series, National Bureau of Economic Research.

Hopper Gregory P. (1996) – "Value at Risk: A New Methodology for Measuring Portfolio Risk", Economic Papers, Business Review, issue July, pages 19 - 31

Hwang Soosung and Satchell Stephen – "Tracking Error: Ex-ante versus Ex-Post Measures", Working Paper, Faculty of Economics and Politics, Cambridge University.

Johnson, Christian A. (2000) – "Métodos de evaluación del riesgo para portafolios de inversión", Documento de Trabajo no. 67, Banco Central de Chile.

Johnson, Christian A. (2000) – "Value at Risk Ajustado por Liquidez: Una Aplicación a los Bonos Soberanos Chilenos", Documento de Trabajo no. 76, Banco Central de Chile.

Johnson, Christian A. (2002) – "Value at Risk: Teoría y Aplicaciones", Documento de Trabajo no. 136, Banco Central de Chile

Jorion, Phillippe (1997) – "Value at Risk: The New Benchmark for Controlling Market Risk", Mc Graw – Hill.

Lehman Brothers (2002) – "The Value of Relative VAR", Risk Management for Investors Special Report.

Lemus, Gerardo, Samarov, Alexander and Welsch, Roy – "Portfolio Analysis Based on Value at Risk", Massachusetts Institute of Technology.

Linsmeier, Thomas J. and Pearson, Neil D. (1996) – "Risk Measurement: An Introduction to Value at Risk", University of Illinois at Urbana – Champaign.

Lux, Hal (2002) – "Risk Gets Riskier", Institutional Investor Magazine, Americas Edition.

Manganelli, Simone and Engle, Robert F. (2001) – "Value at Risk Models in Finance", Working Paper No. 75, Working Paper Series, European Central Bank.

Marshall, Christopher and Siegel Michael (1996) – “Value at Risk: Implementing a Risk Measurement Standard.”

Rao, C.R. (1973) – Linear Statistical Inference and Its Applications, Second Edition, John Wiley & Sons.

Zhang, Linda (2000) – “Building your own risk model when you can’t find one – An experience with US High Yield”, Baring Asset Management